EXERCICE N°1 : 3 points 10 '

On considère les suites réelles (u_n) et (v_n) définies par : $u_0 = 1; v_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \alpha u_n + (1-\alpha)v_n$ et $v_{n+1} = (1-\alpha)u_n + \alpha v_n$ où est un réel donné tel que $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.

1. Soit (t_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $t_n = v_n - u_n$.
   (a) Calculer t_0 et t_1 .
   (b) Montrer que,pour tout entier naturel n,$t_n = (2\alpha - 1)^n$.
   (c) En déduire la limite de t_n.
2. (a) Montrer que, pour tout entier naturel n,$u_n \leqslant v_n$
   (b) Montrer que la suite (u_n) est croissante et que la suite (v_n) est décroissante.
   (c) En déduire que les suites (u_n) et (v_n) convergent vers une même limite ℓ .
   (d) Montrer que, pour tout entier naturel n,$u_n + v_n = 3$ et en déduire la valeur de la limite ℓ.

EXERCICE N°2 : 3 points 10 '

On considère les suites u_n et v_n définies sur $\mathbb{N}$, par : $\begin{cases} u_0 = 0, \quad u_{n+1} = \dfrac{2u_n + v_n}{3} \\ v_0 = 1, \quad v_{n+1} = \dfrac{3u_n + 2v_n}{5} \end{cases}$

1. (a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $u_n \leqslant v_n$
   (b) Montrer que la suite (u_n) est croissante et que (v_n) est décroissante.
2. Montrer que les suites (u_n) et (v_n)sont adjacentes et qu'elles convergent vers la même limite.
3. Soit la suite(t_n) définie, pour tout entier naturel n, par :$t_n = 9u_n + 5v_n$
   (a) Démontrer que la suite (t_n) est constante.
   (b) En déduire la limite des suites (u_n) et (v_n) .

EXERCICE N°3 : 4 points 15 '

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - 2(1+i)z - 1 + 2i = 0$

2°) On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E_\theta): z^2 - 2\left(i + e^{i\theta}\right)z - 1 + 2ie^{i\theta} = 0$ avec $\theta \in IR$.

Vérifier que i est une solution de l'équation (E_θ) et en déduire l'autre solution.

3°) Pour tout $z \in \mathbb{C}$, on pose $P(z) = z^3 - (3+2i)z^2 + (1+4i)z + 1 - 2i$.

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com